Numerische Simulation von Streuprozessen

Bertram Bitsch und Moritz Nadler

Fakultät für Mathematik und Physik

Universität Tübingen

Überblick
● Gliederung
Streuung und Streuphasen
Berechnung der Streuphasen
Born'sche Näherung
Streuquerschnitt
Rückblick

Überblick

Gliederung

Überblick
Gliederung
Streuung und Streuphasen
Berechnung der Streuphasen
Born'sche Näherung
Streuquerschnitt
Rückblick

- Streuung und Streuphasen

Gliederung

Überblick
Gliederung
Streuung und Streuphasen
Berechnung der Streuphasen
Born'sche Näherung
Streuquerschnitt
Rückblick

- Streuung und Streuphasen
- Berechnung der Streuphase

Gliederung

Überblick
Gliederung
Streuung und Streuphasen
Berechnung der Streuphasen
Born'sche Näherung
Streuquerschnitt
Rückblick

- Streuung und Streuphasen
- Berechnung der Streuphase
- Born'sche Näherung

Gliederung

Überblick
Gliederung
Streuung und Streuphasen
Berechnung der Streuphasen
Born'sche Näherung
Streuquerschnitt
Rückblick

- Streuung und Streuphasen
- Berechnung der Streuphase
- Born'sche Näherung
- Streuquerschnitt

Überblick

Streuung und Streuphasen
- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

Streuung und Streuphasen

Anschauliche Beschreibung

Überblick

Streuung und Streuphasen

- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Streuung : Aufschluss über Aufbau der Materie

Anschauliche Beschreibung

Überblick

Streuung und Streuphasen

- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Streuung : Aufschluss über Aufbau der Materie
- Einlaufende Wellenfunktion wird am Potential gestreut
  $\Rightarrow$ Überlagerung aus gestreuter und ungestreuter Wellenfunktion

Anschauliche Beschreibung

Überblick

Streuung und Streuphasen
- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

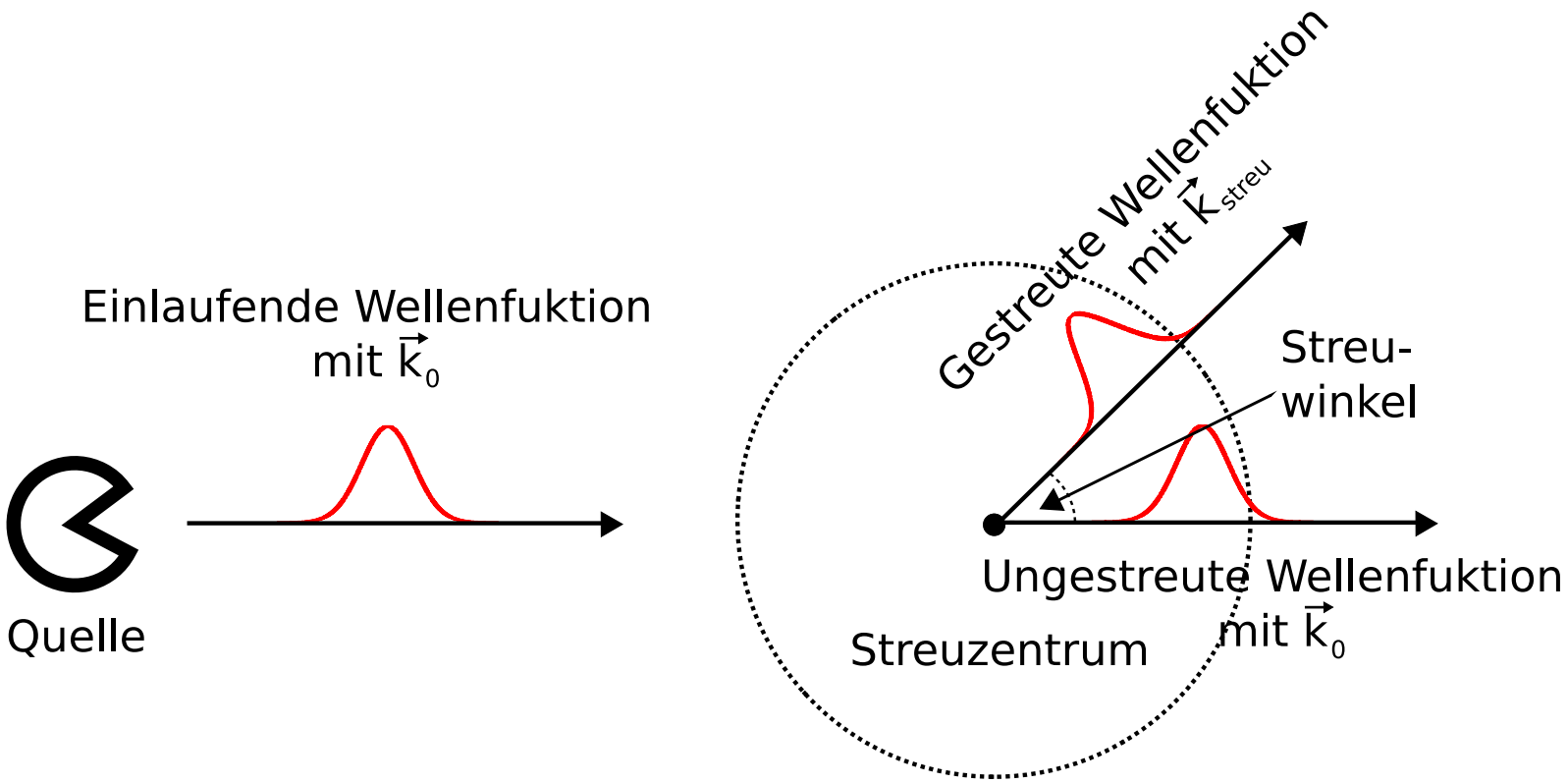
Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Streuung : Aufschluss über Aufbau der Materie
- Einlaufende Wellenfunktion wird am Potential gestreut
  $\Rightarrow$ Überlagerung aus gestreuter und ungestreuter Wellenfunktion



Mathematische Beschreibung

Überblick

Streuung und Streuphasen
- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Einlaufende Welle:

$$\phi_{\vec{k}_0}(\vec{r}) = \mathrm{e}^{i\vec{k}_0\vec{r}}$$

Mathematische Beschreibung

Überblick

Streuung und Streuphasen
- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Einlaufende Welle:

$$\phi_{\vec{k}_0}(\vec{r}) = \mathrm{e}^{i\vec{k}_0\vec{r}}$$

- Ansatz führt zur Lösung des Problems durch stationäre Schrödinger Gleichung.

Mathematische Beschreibung

Überblick

Streuung und Streuphasen
- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Einlaufende Welle:

$$\phi_{\vec{k}_0}(\vec{r}) = \mathrm{e}^{i\vec{k}_0\vec{r}}$$

- Ansatz führt zur Lösung des Problems durch stationäre Schrödinger Gleichung.
- Wellenfunktion nach der Streuung:
  $\Rightarrow$ Überlagerung aus einlaufender und auslaufender Welle:

$$\psi_{\vec{k}_0} = \phi_{\vec{k}_0}(\vec{r}) + f_{\vec{k}_0}(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}$$

- Streuamplitude:

$$f_{\vec{k}_0}(\theta) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\int d^3x'\ \mathrm{e}^{-i\vec{k}_{\mathrm{Streu}}\vec{x}'}V(\vec{x})\psi_{\vec{k}_0}(\vec{x}')$$

Streuquerschnitt

Überblick

Streuung und Streuphasen
- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Differentieller Streuquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN(\Omega)}{N_{\text{ein}} d\Omega}$$

Streuquerschnitt

Überblick

Streuung und Streuphasen
- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Differentieller Streuquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN(\Omega)}{N_{\text{ein}} d\Omega}$$

- Zahl der einfallenden Teilchen:

$$N_{\text{ein}} = \frac{\hbar k_0}{m} \int dt \, |\psi_0(\vec{x}_{\text{Quelle}}, t)|^2$$

- Zahl der ins Winkelelement $d\Omega$ gestreuten Teilchen:

$$dN(\Omega) = |f_{\vec{k}_0}(\Omega)|^2 d\Omega \frac{\hbar k_0}{m} \int_{-\infty}^{\infty} dt \; |\psi_0(\hat{\vec{k}}_0 r, t)|^2$$

Streuquerschnitt

Überblick

Streuung und Streuphasen
- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Differentieller Streuquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN(\Omega)}{N_{\text{ein}} d\Omega}$$

- Zahl der einfallenden Teilchen:

$$N_{\text{ein}} = \frac{\hbar k_0}{m} \int dt \, |\psi_0(\vec{x}_{\text{Quelle}}, t)|^2$$

- Zahl der ins Winkelelement $d\Omega$ gestreuten Teilchen:

$$dN(\Omega) = |f_{\vec{k}_0}(\Omega)|^2 d\Omega \frac{\hbar k_0}{m} \int_{-\infty}^{\infty} dt \; |\psi_0(\hat{\vec{k}}_0 r, t)|^2$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_{\vec{k}_0}(\theta, \varphi)|^2 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \int d\Omega \, |f_{\vec{k}_0}(\theta, \varphi)|^2$$

Streuamplitude

Überblick

Streuung und Streuphasen
- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Entwicklung der Streuamplitude nach Kugelfunktionen

$$f_k(\theta,\varphi) = f_k(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) f_l P_l(\cos\theta)$$

- Partialwellenamplituden

$$f_l = \frac{\mathrm{e}^{2i\delta_l} - 1}{2ik} = \frac{\mathrm{e}^{i\delta_l} \sin\delta_l}{k}$$

Streuamplitude

Überblick

Streuung und Streuphasen
- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Entwicklung der Streuamplitude nach Kugelfunktionen

$$f_k(\theta,\varphi) = f_k(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) f_l P_l(\cos\theta)$$

- Partialwellenamplituden

$$f_l = \frac{e^{2i\delta_l} - 1}{2ik} = \frac{e^{i\delta_l} \sin\delta_l}{k}$$

- Streuamplitude

$$f_k(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{i\delta_l} \sin\delta_l P_l(\cos\theta)$$

Streuamplitude

Überblick

Streuung und Streuphasen
- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Entwicklung der Streuamplitude nach Kugelfunktionen

$$f_k(\theta,\varphi) = f_k(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)f_l P_l(\cos\theta)$$

- Partialwellenamplituden

$$f_l = \frac{e^{2i\delta_l}-1}{2ik} = \frac{e^{i\delta_l}\sin\delta_l}{k}$$

- Streuamplitude

$$f_k(\theta) = \frac{1}{k}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)e^{i\delta_l}\sin\delta_l P_l(\cos\theta)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2}\sum_{l,l'}^{\infty}(2l+1)(2l'+1)e^{i(\delta_l-\delta_{l'})}\sin\delta_l\sin\delta_{l'}P_l(\cos\theta)P_{l'}(\cos\theta')$$

Anschauliche Betrachtung der Streuphase

Überblick

Streuung und Streuphasen
- Anschauliche Beschreibung
- Mathematische Beschreibung
- Streuquerschnitt
- Streuamplitude
- Streuphase

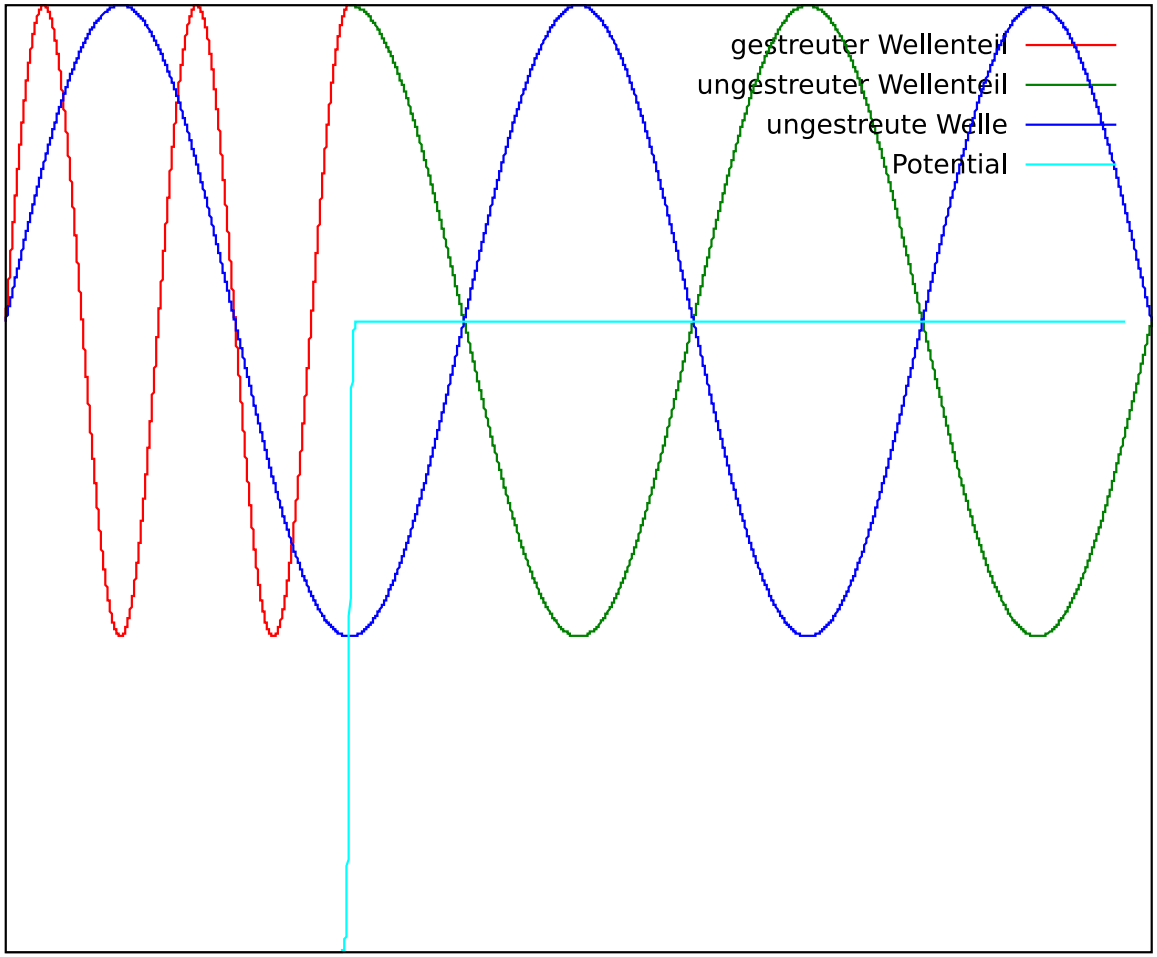
Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Streuphase δ_l: Phasendifferenz zwischen gestreuter und ungestreuter Welle



Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen
- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

Berechnung der Streuphasen

Numerische Anpassung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Einlaufende Welle: $E > 0$
  $\Rightarrow$ Kontinuum an Energien

Numerische Anpassung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Einlaufende Welle: $E > 0$
  $\Rightarrow$ Kontinuum an Energien
- Numerisch: Anpassung an Box mit endlichem $R = 20\,\mathrm{fm}$
  $\Rightarrow$ nur diskrete Energien möglich!
  $\Rightarrow$ Eigenenergien $E_{\vec{k}}$ des Hamilton Operators

Numerische Anpassung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Einlaufende Welle: $E > 0$
  $\Rightarrow$ Kontinuum an Energien
- Numerisch: Anpassung an Box mit endlichem $R = 20\,\mathrm{fm}$
  $\Rightarrow$ nur diskrete Energien möglich!
  $\Rightarrow$ Eigenenergien $E_{\vec{k}}$ des Hamilton Operators
- Einlaufende Welle entspricht der ungestreuten Welle

Numerische Anpassung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

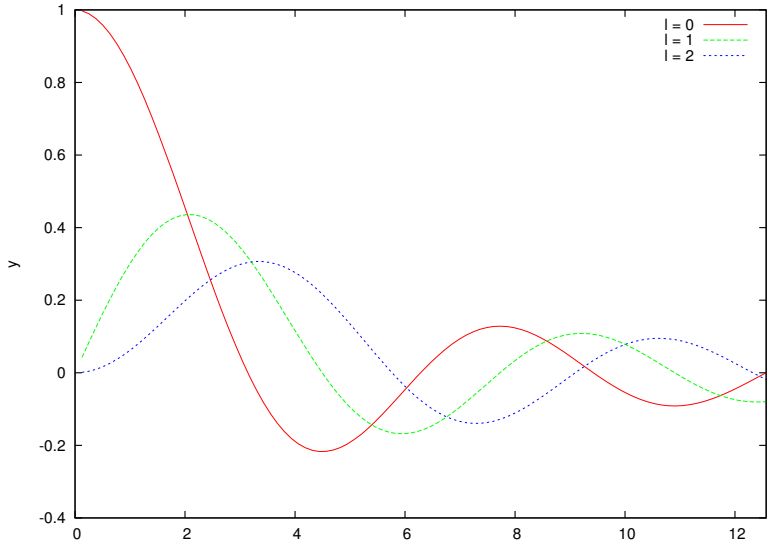
- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Einlaufende Welle: $E > 0$
  $\Rightarrow$ Kontinuum an Energien
- Numerisch: Anpassung an Box mit endlichem $R = 20\,\mathrm{fm}$
  $\Rightarrow$ nur diskrete Energien möglich!
  $\Rightarrow$ Eigenenergien $E_{\vec{k}}$ des Hamilton Operators
- Einlaufende Welle entspricht der ungestreuten Welle
- Darstellung des Radialteils durch sphärische Besselfunktionen j_l



Streuung am Wood Saxon Potential

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen
- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Wood-Saxon-Potential:

$$V(r) = \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r - r_0}{a_0}\right)}$$

mit

- Potentialtiefe: $V_0 = -40\,\mathrm{MeV}$
- Radius: $r_0 = 3\,\mathrm{fm}$
- Oberflächendicke: $a_0 = 0.5\,\mathrm{fm}$

Streuung am Wood Saxon Potential

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen
- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Wood-Saxon-Potential:

$$V(r) = \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r - r_0}{a_0}\right)}$$

  mit
  - Potentialtiefe: $V_0 = -40\,\mathrm{MeV}$
  - Radius: $r_0 = 3\,\mathrm{fm}$
  - Oberflächendicke: $a_0 = 0.5\,\mathrm{fm}$
- Wood-Saxon-Potential zusätzlich zu Box
  $\Rightarrow$ Eigenfunktionen des Gesamtpotentials entsprechen der gestreuten Wellenfunktion

Veranschaulichung des Potentials

Überblick

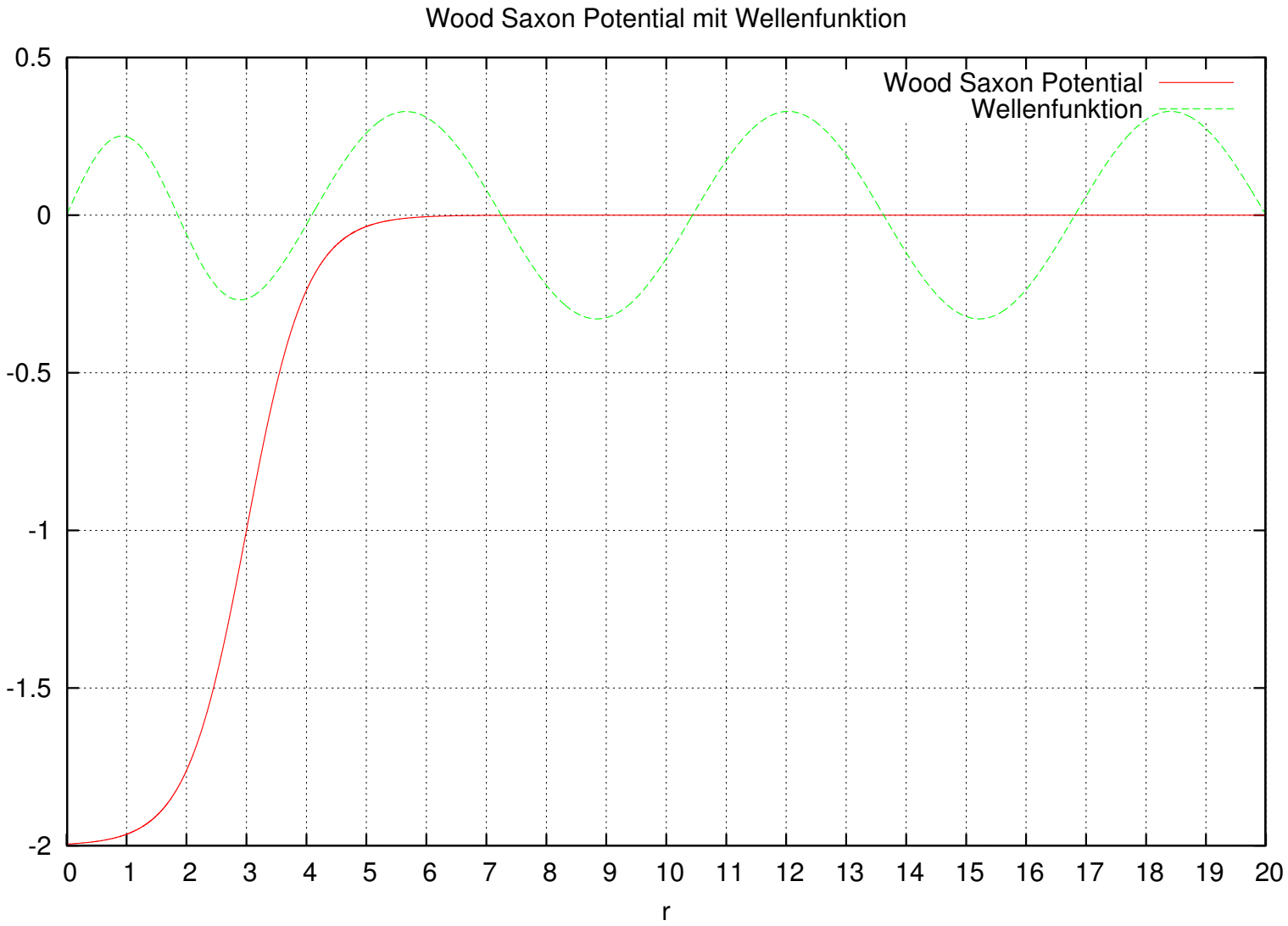
Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen
- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick



Berechnung der Streuphase

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen
- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Ungestreute Wellenfunktion (wegen Box):

$$\psi_{\text{ungestreut}}(r = R) = j_l(k_{il}R) = 0$$

Berechnung der Streuphase

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen
- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Ungestreute Wellenfunktion (wegen Box):

$$\psi_{\text{ungestreut}}(r = R) = j_l(k_{il}R) = 0$$

- Durch Vergleich der Argumente der Wellenfunktionen bei $r = R$ errechnet sich die Phasendifferenz δ_l

Berechnung der Streuphase

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen
- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Ungestreute Wellenfunktion (wegen Box):

$$\psi_{\text{ungestreut}}(r = R) = j_l(k_{il}R) = 0$$

- Durch Vergleich der Argumente der Wellenfunktionen bei $r = R$ errechnet sich die Phasendifferenz δ_l

- Beispiel für $l = 0$:

$$\sin(kR + \delta_l) = \sin(\underbrace{\alpha}_{=n\pi}) = 0$$

$$\Rightarrow \delta_l = n\pi - kR$$

Berechnung der Streuphase

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen
- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Ungestreute Wellenfunktion (wegen Box):

$$\psi_{\text{ungestreut}}(r = R) = j_l(k_{il}R) = 0$$

- Durch Vergleich der Argumente der Wellenfunktionen bei $r = R$ errechnet sich die Phasendifferenz δ_l

- Beispiel für $l = 0$:

$$\sin(kR + \delta_l) = \sin(\underbrace{\alpha}_{=n\pi}) = 0$$

$$\Rightarrow \delta_l = n\pi - kR$$

- Für $l > 0$: α entspricht dem Abstand der Nullstellen der zugehörigen Besselfunktion

Abhängigkeit der Streuphase von R

Überblick

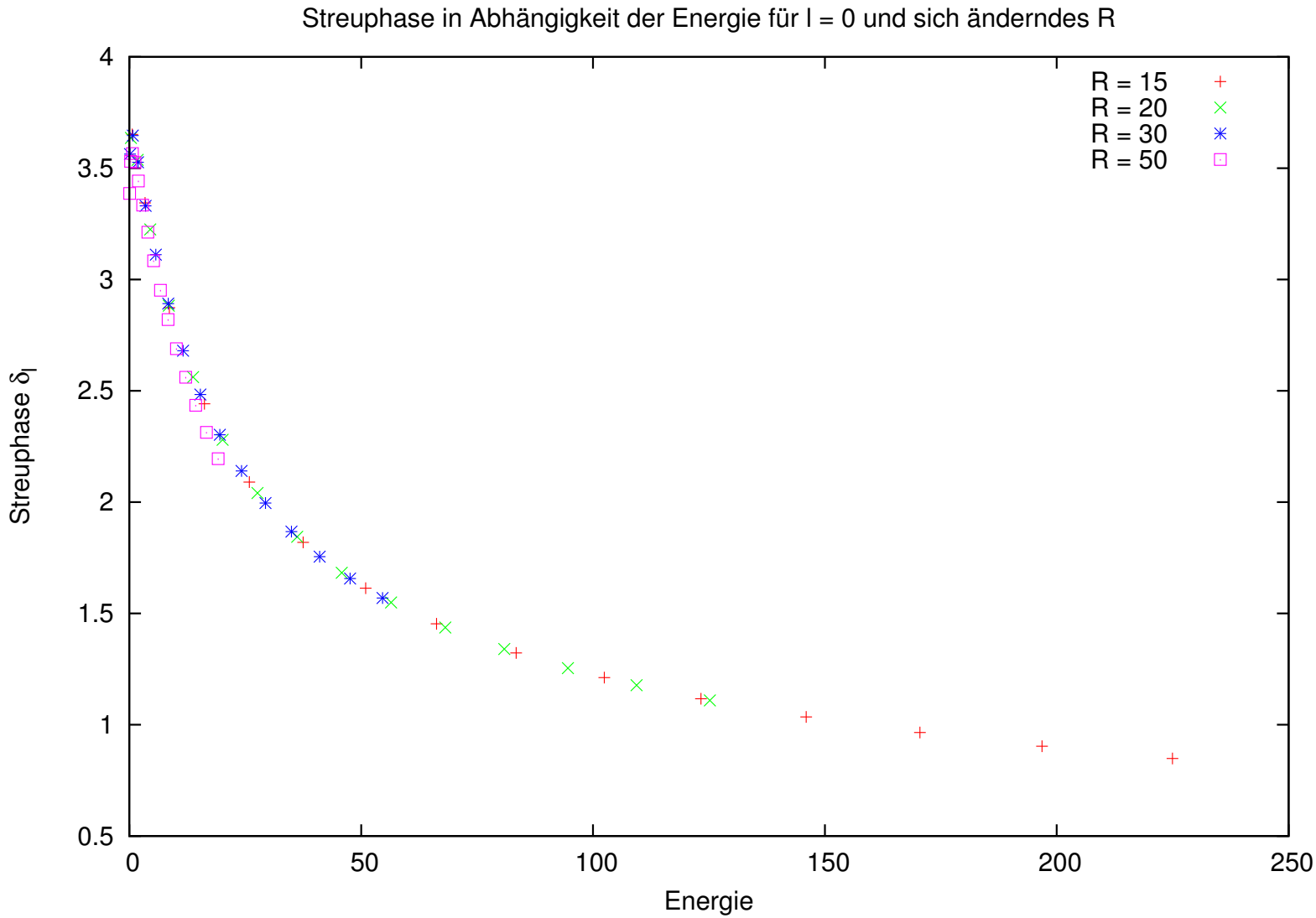
Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen
- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick



Abhängigkeit der Streuphase von l

Überblick

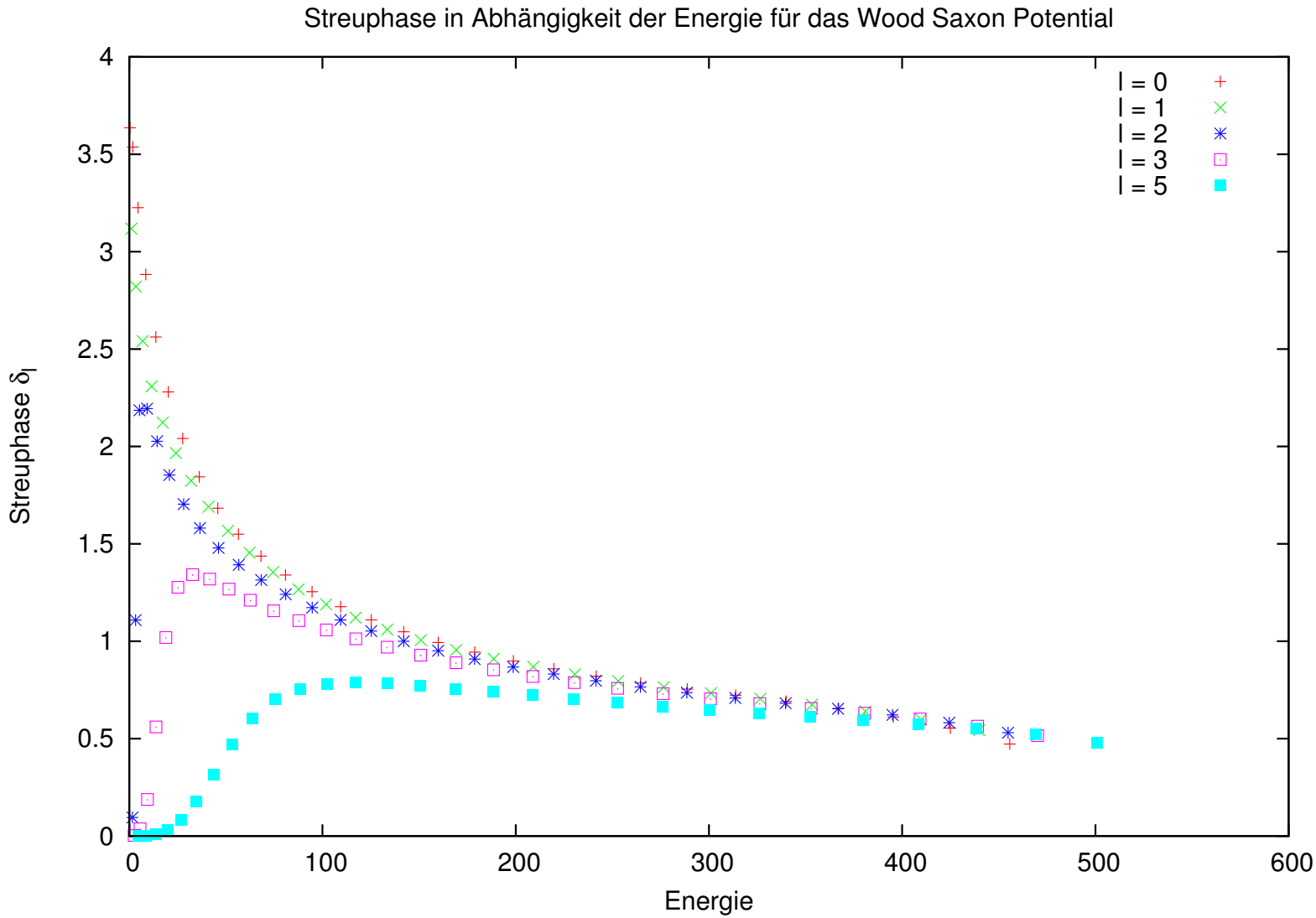
Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen
- Numerische Anpassung
- Streuung
- Veranschaulichung
- Berechnung der Streuphase
- Abhägigkeit von R
- Abhängigkeit von l

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick



Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung
- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick

Born'sche Näherung

Herleitung der Born'schen Näherung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick

- Für die Streuamplitude gilt:

$$f_k(\theta) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\int d^3x'\ \mathrm{e}^{-i\vec{k}'\vec{x}'}V(r')\psi_{\vec{k}}(\vec{x}')$$

$$= -\frac{2m}{\hbar^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)P_l(\cos\theta)\int dr\ r^2V(r)j_l(kr)R_l(r)$$

Herleitung der Born'schen Näherung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick

- Für die Streuamplitude gilt:

$$f_k(\theta) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\int d^3x'\ \mathrm{e}^{-i\vec{k}'\vec{x}'}V(r')\psi_{\vec{k}}(\vec{x}')$$
$$= -\frac{2m}{\hbar^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)P_l(\cos\theta)\int dr\ r^2V(r)j_l(kr)R_l(r)$$

- Durch Vergleich folgt für die Partialwellenamplitude:

$$f_l = -\frac{2m}{\hbar^2}\int dr\ r^2V(r)j_l(kr)R_l(r)$$

Herleitung der Born'schen Näherung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick

- Für die Streuamplitude gilt:

$$f_k(\theta) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\int d^3x'\ \mathrm{e}^{-i\vec{k}'\vec{x}'}V(r')\psi_{\vec{k}}(\vec{x}')$$
$$= -\frac{2m}{\hbar^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)P_l(\cos\theta)\int dr\ r^2V(r)j_l(kr)R_l(r)$$

- Durch Vergleich folgt für die Partialwellenamplitude:

$$f_l = -\frac{2m}{\hbar^2}\int dr\ r^2V(r)j_l(kr)R_l(r)$$

- Für schwaches Potential:
  $R_l \approx j_l(kr)$ und $\delta_l \approx k f_l$

Herleitung der Born'schen Näherung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick

- Für die Streuamplitude gilt:

$$f_k(\theta) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\int d^3x'\ \mathrm{e}^{-i\vec{k}'\vec{x}'}V(r')\psi_{\vec{k}}(\vec{x}')$$
$$= -\frac{2m}{\hbar^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)P_l(\cos\theta)\int dr\ r^2V(r)j_l(kr)R_l(r)$$

- Durch Vergleich folgt für die Partialwellenamplitude:

$$f_l = -\frac{2m}{\hbar^2}\int dr\ r^2V(r)j_l(kr)R_l(r)$$

- Für schwaches Potential:
  $R_l \approx j_l(kr)$ und $\delta_l \approx k f_l$
- Born'sche Näherung:

$$\delta_l = -\frac{2mk}{\hbar^2}\int_0^{\infty} dr\ r^2V(r)[j_l(kr)]^2$$

Gültigkeit der Born'schen Näherung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung
- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick

- $\delta_l \approx k f_l$ gültig, wenn $\psi_{\text{gestreut}} \approx \psi_{\text{ungestreut}}$
  $\Rightarrow$ nur gültig für schwache Potentiale

Gültigkeit der Born'schen Näherung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung
- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick

- $\delta_l \approx k f_l$ gültig, wenn $\psi_{\text{gestreut}} \approx \psi_{\text{ungestreut}}$
  $\Rightarrow$ nur gültig für schwache Potentiale
- Realisierung von schwachen Potentialen:
  - kleine Potentialetiefe, d.h. kleines V_0
  - großer Drehimpuls l, d.h. großer Abstand vom Potential

Gültigkeit der Born'schen Näherung

Überblick

Streuung und Streuphasen

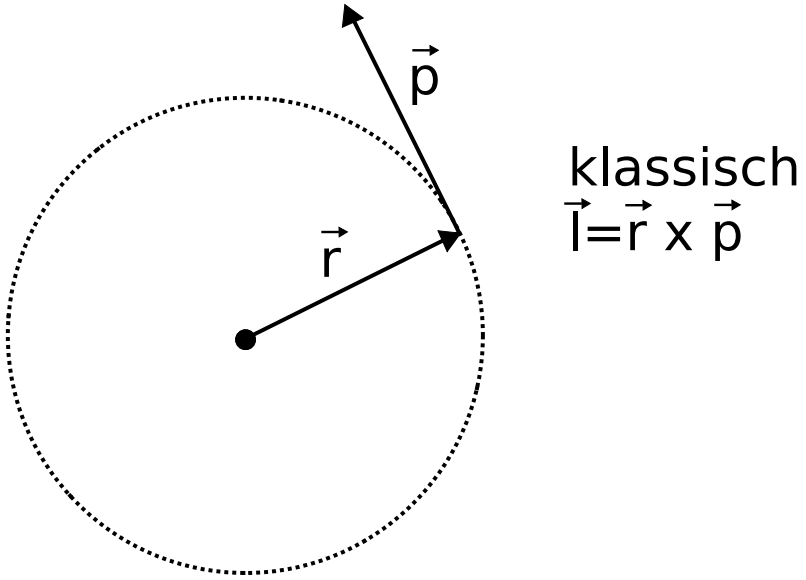
Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung
- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick

- $\delta_l \approx k f_l$ gültig, wenn $\psi_{\text{gestreut}} \approx \psi_{\text{ungestreut}}$
  $\Rightarrow$ nur gültig für schwache Potentiale
- Realisierung von schwachen Potentialen:
  - kleine Potentialetiefe, d.h. kleines V_0
  - großer Drehimpuls l, d.h. großer Abstand vom Potential



Gültigkeit der Born'schen Näherung

Überblick

Streuung und Streuphasen

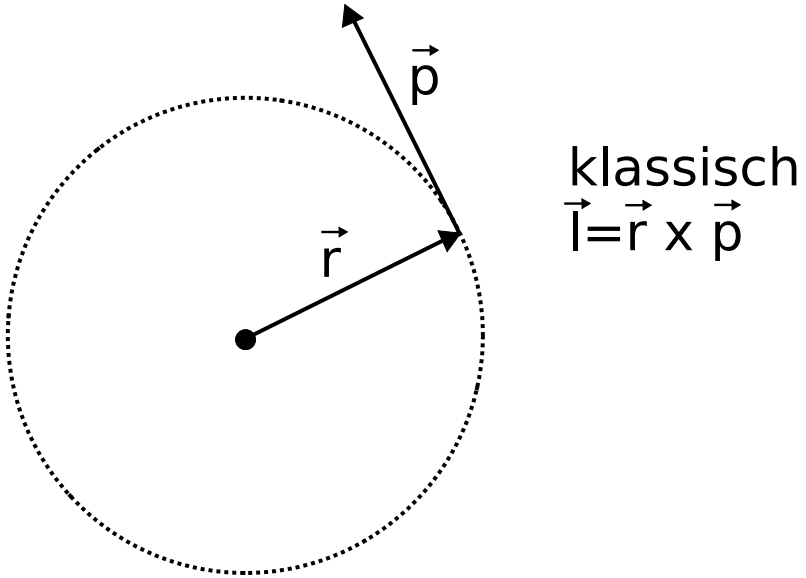
Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung
- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick

- $\delta_l \approx k f_l$ gültig, wenn $\psi_{\text{gestreut}} \approx \psi_{\text{ungestreut}}$
  $\Rightarrow$ nur gültig für schwache Potentiale
- Realisierung von schwachen Potentialen:
  - kleine Potentialetiefe, d.h. kleines V_0
  - großer Drehimpuls l, d.h. großer Abstand vom Potential



- Vorteil: keine Berechnung der Lösung des Hamiltons notwendig

Born’sche Näherung vs. exakter Lösung

Überblick

Streuung und Streuphasen

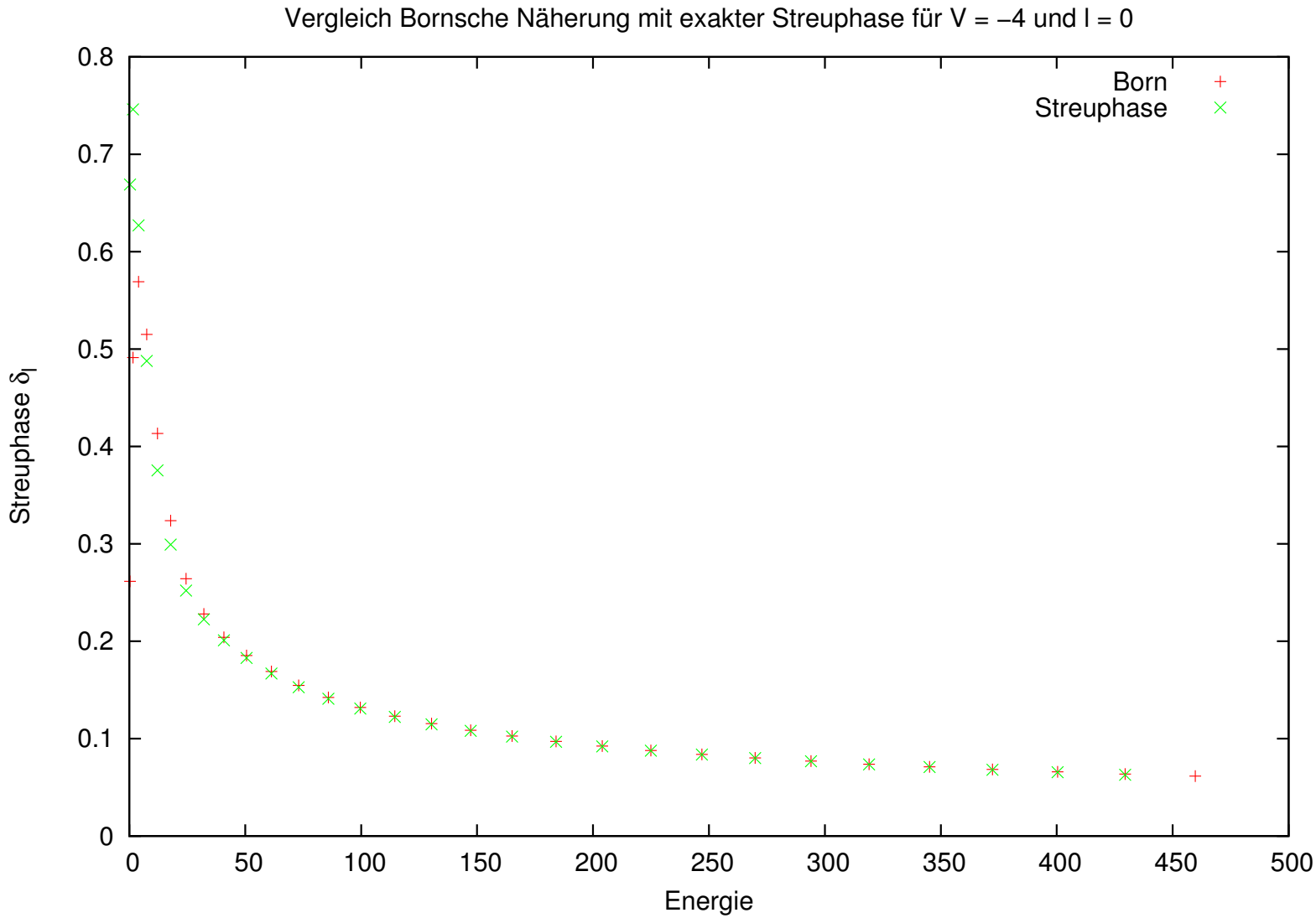
Berechnung der Streuphasen

Born’sche Näherung

- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick



Born’sche Näherung vs. exakter Lösung

Überblick

Streuung und Streuphasen

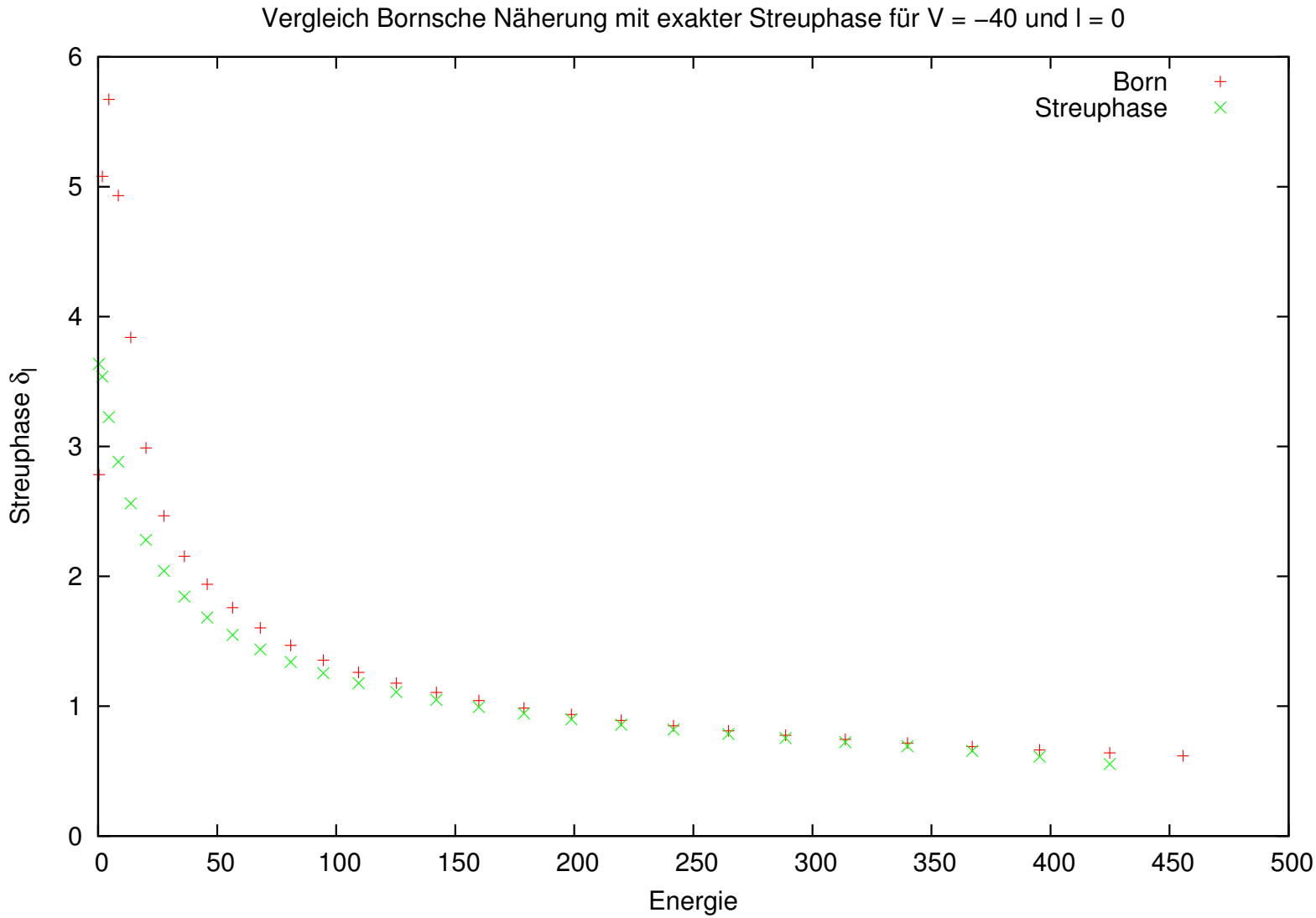
Berechnung der Streuphasen

Born’sche Näherung

- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick



Born’sche Näherung vs. exakter Lösung

Überblick

Streuung und Streuphasen

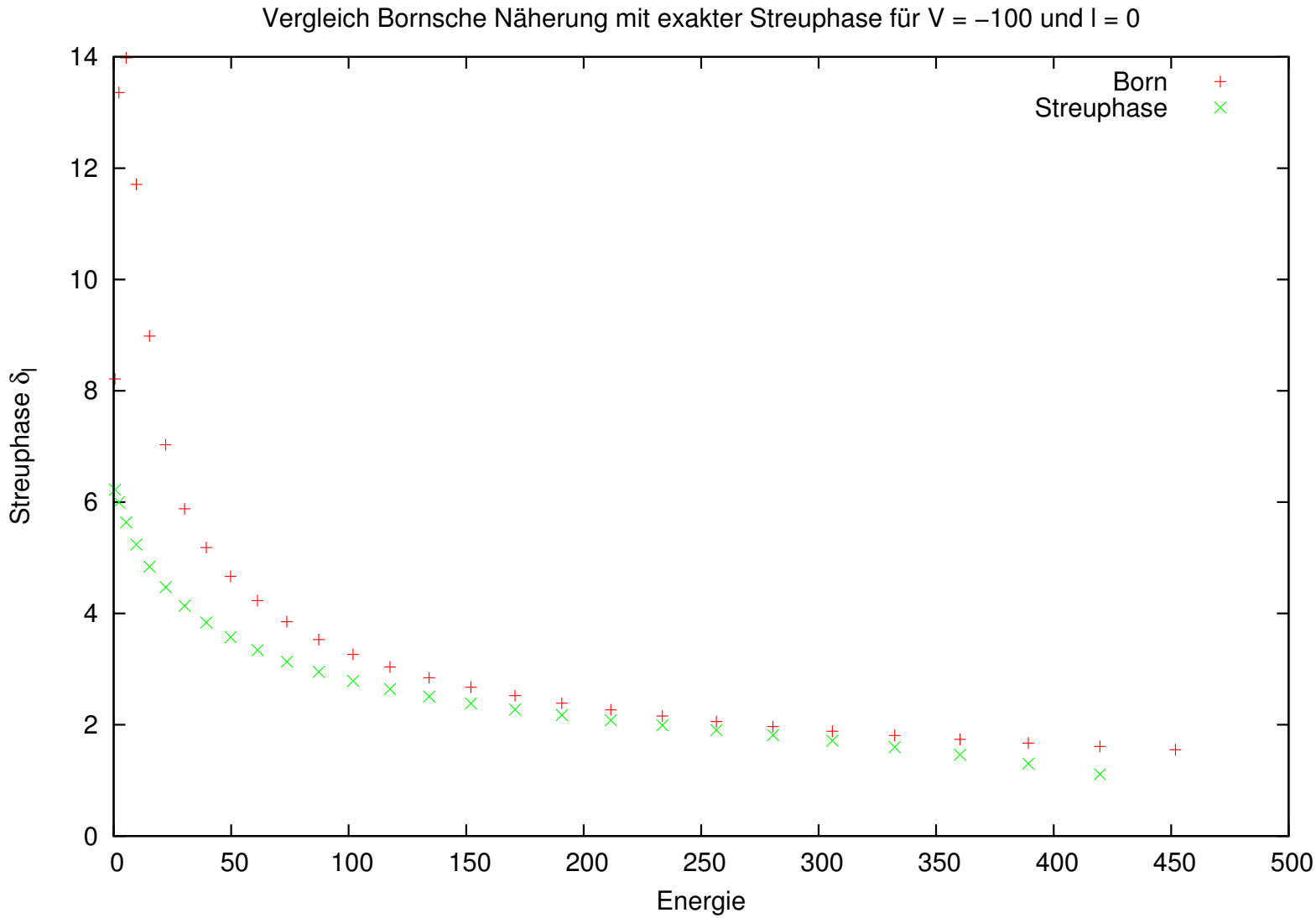
Berechnung der Streuphasen

Born’sche Näherung

- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick



Born’sche Näherung vs. exakter Lösung

Überblick

Streuung und Streuphasen

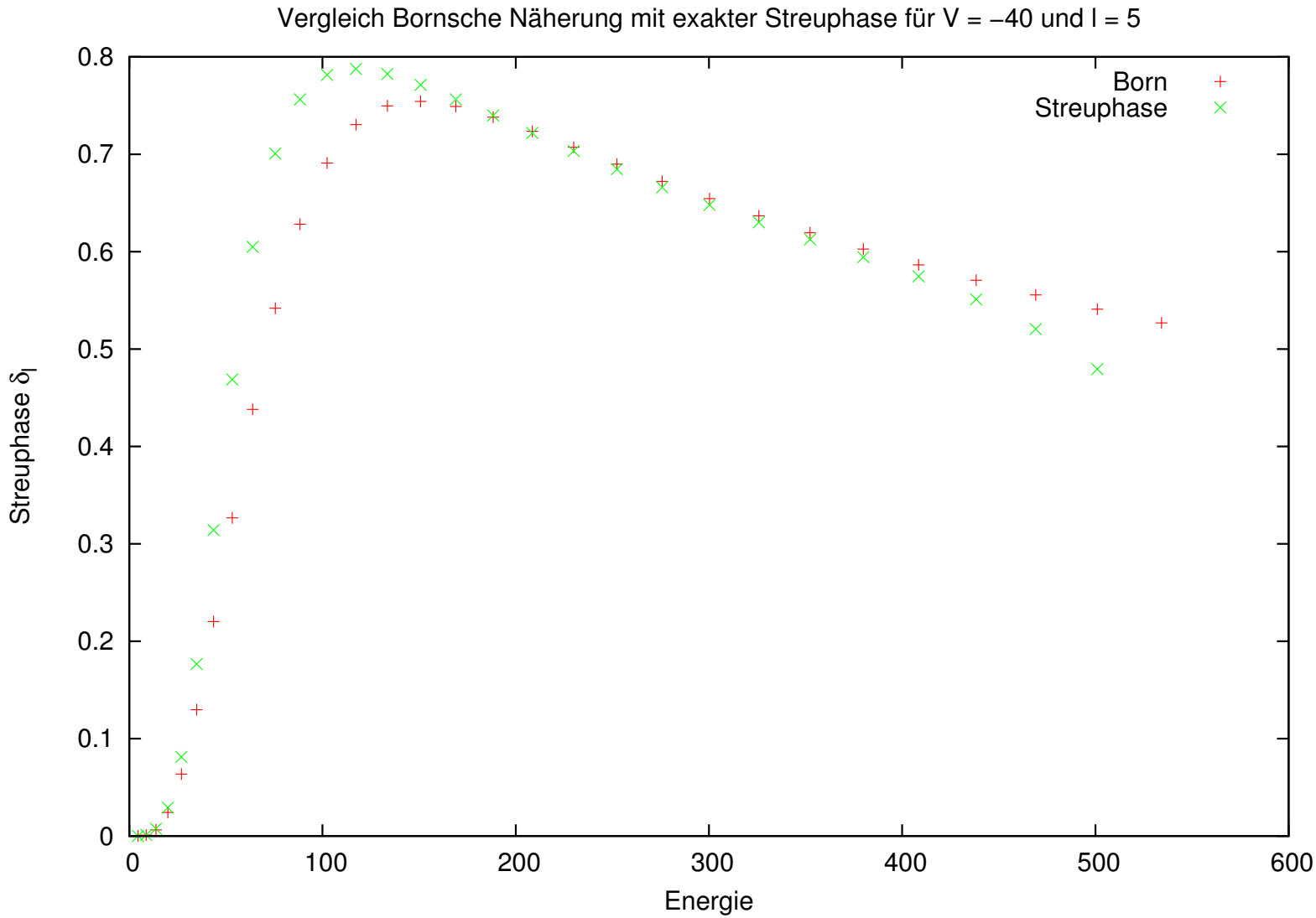
Berechnung der Streuphasen

Born’sche Näherung

- Herleitung
- Gültigkeit
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich
- Vergleich

Streuquerschnitt

Rückblick



Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt
- Mathematische Betrachtung
- Abhängigkeit vom Drehimpuls
- Abhängigkeit von der Energie
- Abhängigkeit von der Energie

Rückblick

Differentieller Streuquerschnitt

Mathematische Betrachtung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

- Mathematische Betrachtung
- Abhängigkeit vom Drehimpuls
- Abhängigkeit von der Energie
- Abhängigkeit von der Energie

Rückblick

- Differentieller Streuquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN(\Omega)}{N_{\text{ein}} d\Omega}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \sum_{l,l'}^{\infty} (2l+1)(2l'+1) \mathrm{e}^{i(\delta_l - \delta_{l'})} \sin\delta_l \sin\delta_{l'} P_l(\cos\theta) P_{l'}(\cos\theta')$$

Mathematische Betrachtung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

- Mathematische Betrachtung
- Abhängigkeit vom Drehimpuls
- Abhängigkeit von der Energie
- Abhängigkeit von der Energie

Rückblick

- Differentieller Streuquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN(\Omega)}{N_{\text{ein}} d\Omega}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \sum_{l,l'}^{\infty} (2l+1)(2l'+1) \mathrm{e}^{i(\delta_l - \delta_{l'})} \sin\delta_l \sin\delta_{l'} P_l(\cos\theta) P_{l'}(\cos\theta')$$

- Totaler Streuquerschnitt

$$\sigma = \int d\Omega \, \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l}^{\infty} (2l+1) \sin^2\delta_l$$

- Klassisch: Fläche des Streuobjekts

Abhängigkeit vom Drehimpuls

Überblick

Streuung und Streuphasen

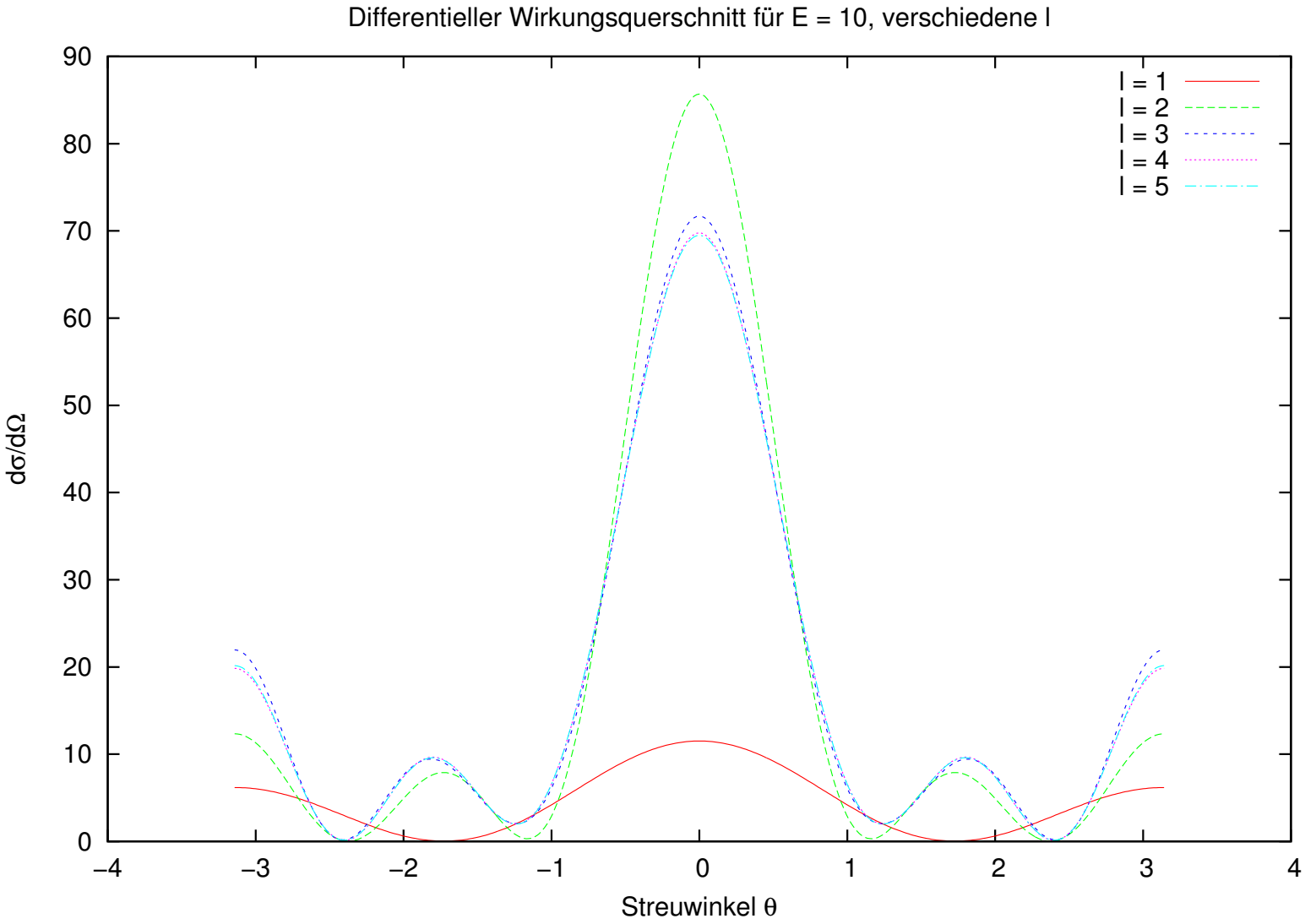
Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

- Mathematische Betrachtung
- Abhängigkeit vom Drehimpuls
- Abhängigkeit von der Energie
- Abhängigkeit von der Energie

Rückblick



Abhängigkeit von der Energie

Überblick

Streuung und Streuphasen

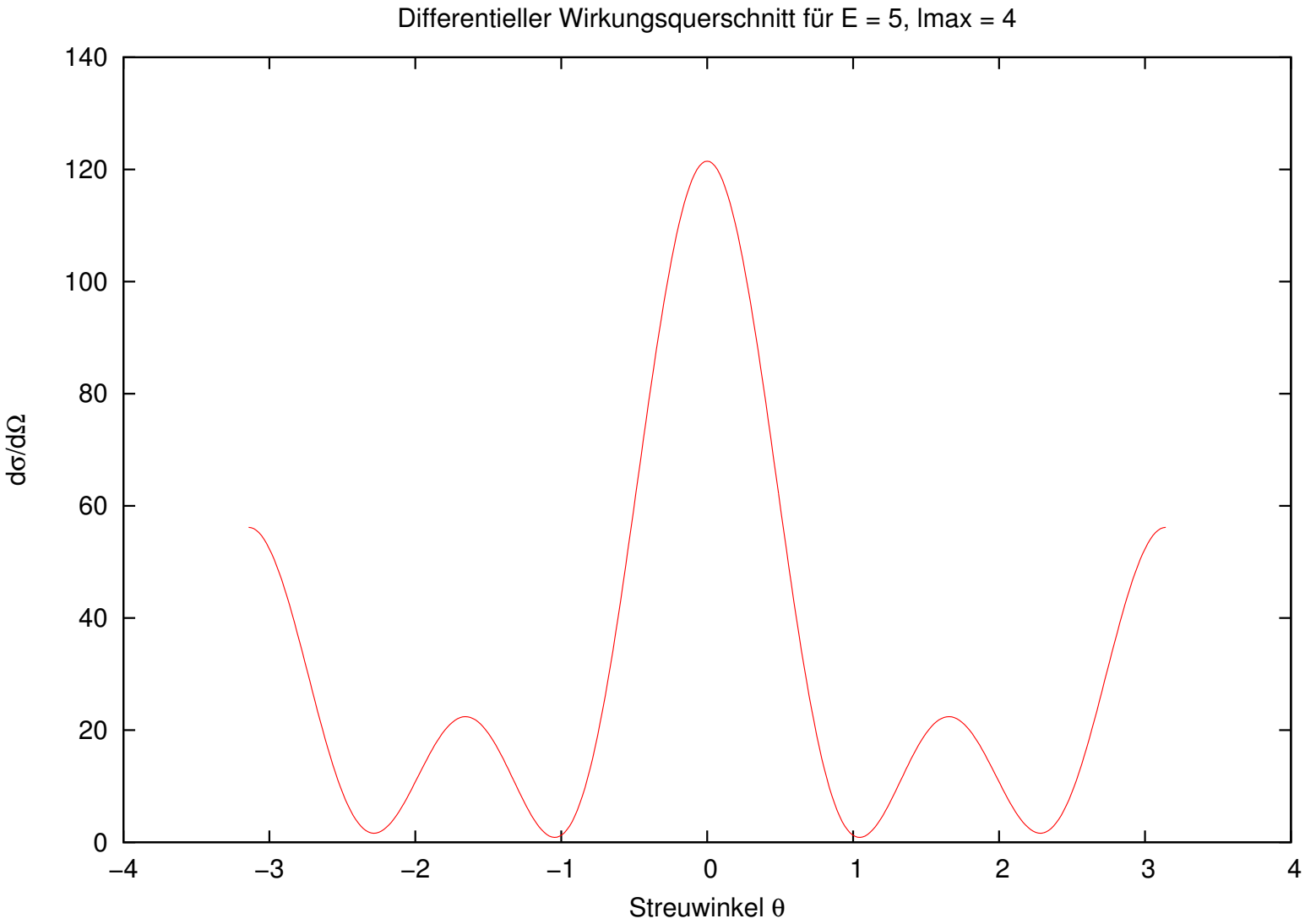
Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

- Mathematische Betrachtung
- Abhängigkeit vom Drehimpuls
- Abhängigkeit von der Energie
- Abhängigkeit von der Energie

Rückblick



Abhängigkeit von der Energie

Überblick

Streuung und Streuphasen

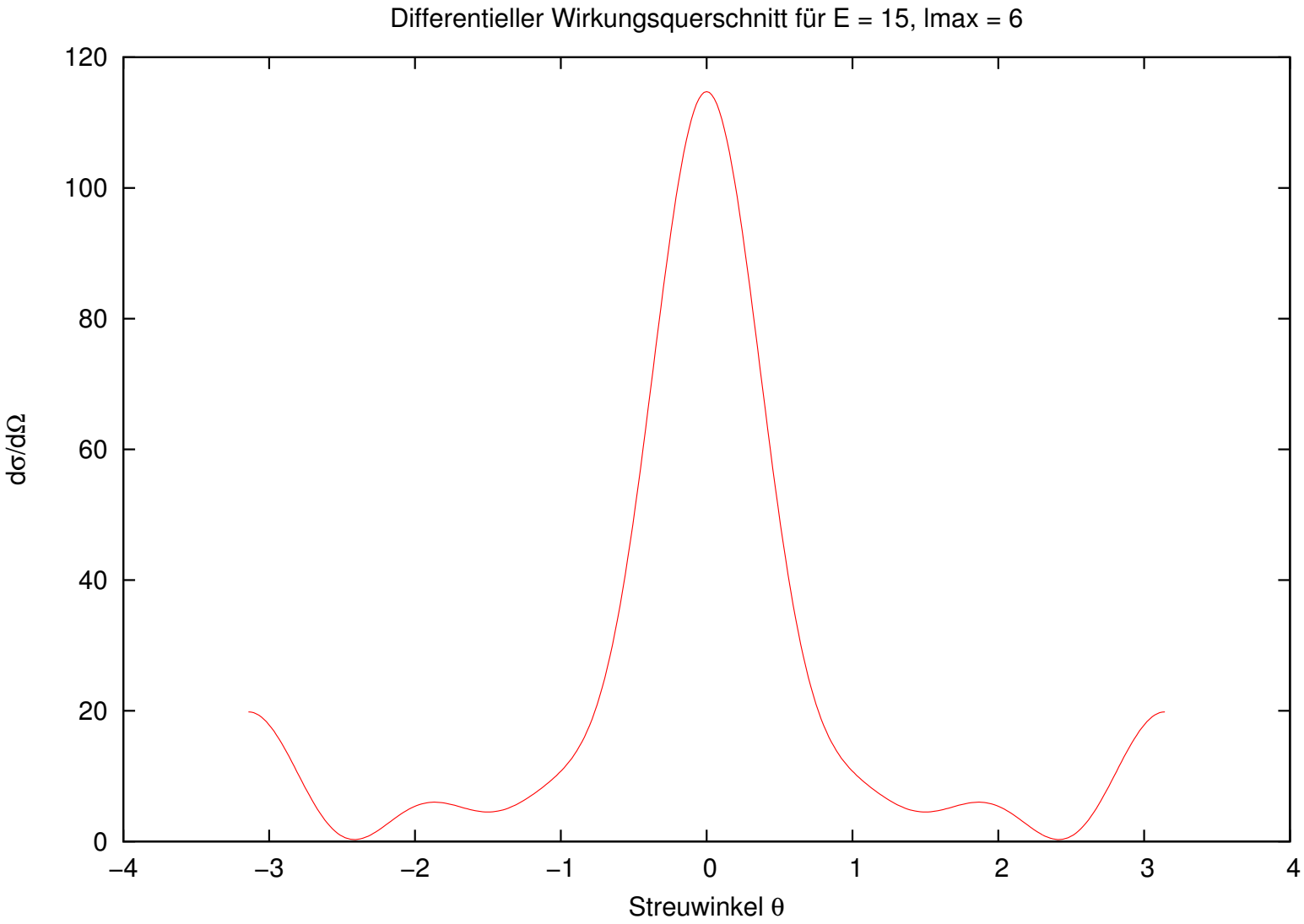
Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

- Mathematische Betrachtung
- Abhängigkeit vom Drehimpuls
- Abhängigkeit von der Energie
- Abhängigkeit von der Energie

Rückblick



Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

- Zusammenfassung

Rückblick

Zusammenfassung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

Zusammenfassung

- Streuung: Darstellung durch Überlagerung aus gestreuter und ungestreuter Wellenfunktion

Zusammenfassung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

Zusammenfassung

- Streuung: Darstellung durch Überlagerung aus gestreuter und ungestreuter Wellenfunktion
- Es existiert eine Phasendifferenz δ_l zwischen gestreuter und ungestreuter Welle

Zusammenfassung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

Zusammenfassung

- Streuung: Darstellung durch Überlagerung aus gestreuter und ungestreuter Wellenfunktion
- Es existiert eine Phasendifferenz δ_l zwischen gestreuter und ungestreuter Welle
- Durch Streuphase δ_l kann messbare Größe $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ berechnet werden.

Zusammenfassung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

Zusammenfassung

- Streuung: Darstellung durch Überlagerung aus gestreuter und ungestreuter Wellenfunktion
- Es existiert eine Phasendifferenz δ_l zwischen gestreuter und ungestreuter Welle
- Durch Streuphase δ_l kann messbare Größe $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ berechnet werden.
- Zwei Arten der Berechnung von δ_l:
  - Direkte Bestimmung nach Lösung des Hamiltons
  - Bornsche Näherung

Zusammenfassung

Überblick

Streuung und Streuphasen

Berechnung der Streuphasen

Born'sche Näherung

Streuquerschnitt

Rückblick

Zusammenfassung

- Streuung: Darstellung durch Überlagerung aus gestreuter und ungestreuter Wellenfunktion
- Es existiert eine Phasendifferenz δ_l zwischen gestreuter und ungestreuter Welle
- Durch Streuphase δ_l kann messbare Größe $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ berechnet werden.
- Zwei Arten der Berechnung von δ_l:
  - Direkte Bestimmung nach Lösung des Hamiltons
  - Bornsche Näherung

ENDE